

VARIAZIONE SECOLARE DELLA COSTANTE SOLARE E RISCALDAMENTO GLOBALE

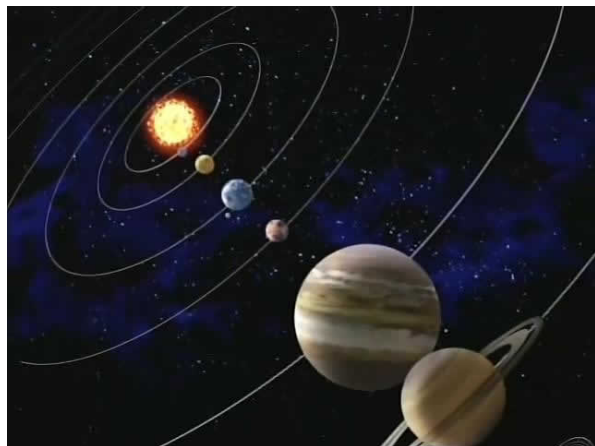
Salvatore Mazzullo

SCI task force ESPERA:

Etica e Scienza per l'Ambiente

turi.mazzullo@libero.it

Viene presentata una nuova ipotesi di variazione secolare della costante solare in grado di riconciliare i dati sperimentali a terra dello Smithsonian APO (1923-1954) e i dati satellitari (1975-2005). Il suo valore massimo moderno è di 1366 W/m^2 e il minimo, in corrispondenza del minimo di Maunder (1645-1715) è di 1349 W/m^2 . Questa variazione genera un aumento della temperatura della Terra di $+1,5 \text{ }^\circ\text{C}$, determinato per mezzo di un modello paleo-climatico.



Secular Variation of the Solar Constant and Global Warming

A novel hypothesis is ventured in favor of solar constant variability on century scale, capable to reconcile the terrestrial data of the Smithsonian APO (1923-1954) and satellite data (1975-2005). Accordingly, its modern maximum value is $1,366 \text{ W/m}^2$ while its minimum at the Maunder minimum (1645-1715) is 1349 W/m^2 . This variation gives rise to an increase of $+1.5 \text{ }^\circ\text{C}$ of the Earth temperature, determined by a paleo-climatic model.

La controversia sulla costante solare

La costante solare rappresenta il flusso totale di calore del Sole alla distanza media orbitale della Terra dal Sole, cioè a una unità astronomica. La costante solare è potenzialmente una causa importante dei cambiamenti climatici se essa fosse realmente variabile nel tempo, cioè, se la denominazione “costante solare” fosse un termine improprio. Questo fatto è stato riconosciuto per primo da Langley sin dal 1876 e continua a esercitare una grande influenza sul pensiero moderno riguardante il clima e i cambiamenti climatici. È evidente che risulta fondamentale per la nostra comprensione del clima sapere se la costante solare è realmente costante oppure no. All’inizio del XX secolo lo Smithsonian Astrophysical Observatory (APO) promosse un vasto programma di misurazioni dal 1902 sino al 1962 [1] per stabilire se la costante solare fosse realmente costante oppure variabile nel tempo, cioè, se la denominazione “costante solare” fosse un termine improprio. Circa 60 anni di misurazioni, da vari punti della superficie terrestre, non sono stati sufficienti per dirimere la questione. I risultati anzi suscitavano notevoli polemiche fra i due partiti contrapposti di scienziati che affermavano, i primi, che le misure mostravano reali variazioni della costante solare, mentre i secondi, al contrario, affermavano che le misure non fornivano alcuna prova della sua variabilità. In particolare, le conclusioni del programma APO [1] furono che la costante solare sembrava essere effettivamente costante, con una variabilità inferiore allo 0,1% limitatamente al periodo 1923-1954, cioè sulla scala di alcune decadi, senza peraltro escludere una eventuale variabilità su scala secolare. Si nota peraltro, nel rapporto conclusivo, una certa riluttanza a dichiarare quale fosse questo valore costante: esso infatti



non appare nel sommario, ma nel corpo del testo, dal quale si ricava che tale valore, riferito al 1923, è circa $1358,35 \text{ W/m}^2$.

Fra i sostenitori contemporanei della scarsa variabilità della costante solare, oltre agli scienziati appartenenti al celebre IPCC, (Intergovernmental Panel on Climate Change and Control), menzioniamo in particolare, J. Lean e coll. [2] che, nel 2005 hanno pubblicato una ricostruzione secolare, nella quale hanno optato per una sostanziale costanza della costante solare, conformemente alla conclusione APO¹, ma estendendola a tutto il periodo di tempo esaminato, cioè dal 1713 al 1996: l'aumento del suo valore dal minimo di Maunder (1645-1715) a oggi è stato stimato in circa 1 W/m^2 , riducendo così il valore di una precedente stima di 3 W/m^2 [3].

In considerazione del fatto che questa controversia persiste ancora oggi l'intera questione è stata rivista e riesaminata in questo lavoro, dove viene sviluppata una nuova ipotesi a favore, invece, della variabilità *su scala secolare* della costante solare. Secondo questa nuova ricostruzione, il suo valore massimo moderno è di $1366 \pm 1 \text{ W/m}^2$ mentre il valore minimo, assunto in corrispondenza del minimo di Maunder (1645-1715) è di 1349 W/m^2 . Si stima, pertanto, che durante questi quattrocento anni di osservazioni delle macchie solari, a partire dal minimo di Maunder sino al massimo moderno, la variazione della costante solare sia stata di 17 W/m^2 pari a 1,25%.

Il modello di variazione secolare della costante solare

L'osservazione sistematica dell'attività solare costituisce lo scopo principale di un'organizzazione mondiale di sorveglianza che copre l'intero globo terrestre, tale da consentire una osservazione continua del sole. Il fenomeno più appariscente è costituito dalle macchie solari, già note a Galileo sin dal 1610.

In questo lavoro facciamo riferimento alla raccolta dati della media annuale del numero di macchie solari dal 1700 a oggi dell'Osservatorio Reale del Belgio (www.sidc.be/silso/datafiles), Fig. 1. L'intuizione percepisce che possa esistere un legame fra l'attività solare, in particolare l'attività in termini di macchie solari, e il valore assunto dalla costante solare. Tuttavia, ci sono due nodi da sciogliere per poter risolvere positivamente la questione:

1. le oscillazioni di valore delle macchie solari sono molto ampie, da poche unità a inizio ciclo sino alle centinaia di unità al massimo del ciclo, cioè variano per più di un ordine di grandezza, Fig. 1;

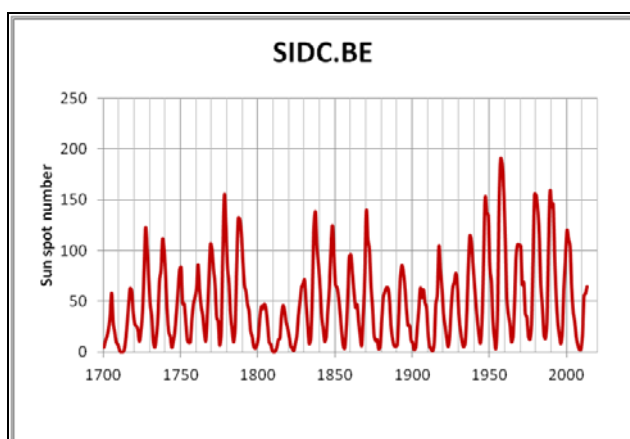


Fig. 1
Occorrenza annuale delle macchie solari dal 1700 a oggi
(fonte: www.sidc.be/silso/datafiles)

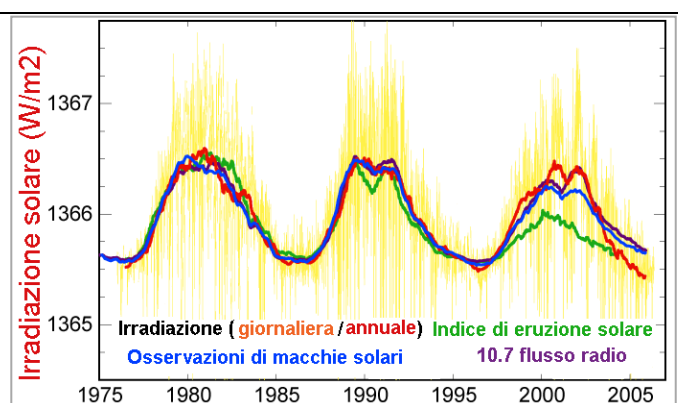


Fig. 2
Valore satellitare della costante solare (curva in colore rosso)
(fonte: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0d/Solar-cycle-data.png>)

2. la costante solare, invece, almeno dal 1975 a oggi, mostra una variabilità durante un ciclo di macchie di $\pm 1 \text{ W/m}^2$ rispetto a un valor medio di circa 1366 W/m^2 , cioè, la costante solare varia per molto

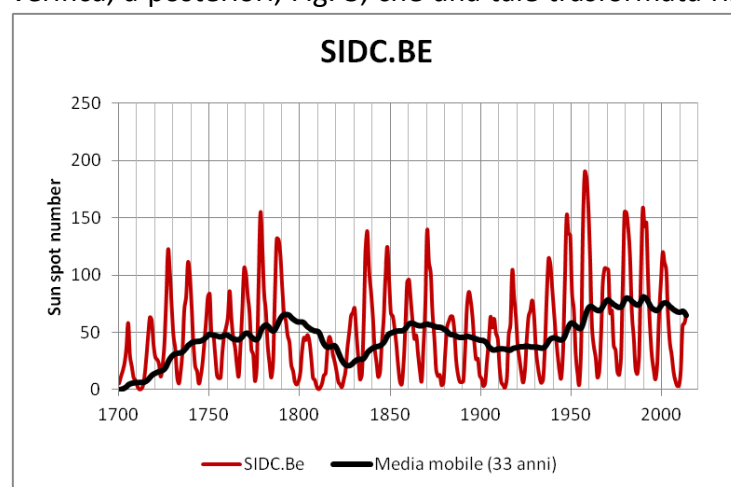
meno di un ordine di grandezza all'interno di un ciclo. Le oscillazioni di valore sono in fase con il ciclo di variazione delle macchie solari, Fig. 2.

Per risolvere il problema è utile appoggiarsi a un modello fenomenologico di comportamento delle macchie solari. Esaminiamo, allora, la congettura che all'aumento del numero di macchie sia associato un aumento della costante solare, presumibilmente dovuto al rilascio in atmosfera del calore latente di un processo di ordinamento locale, conseguente a un sottoraffreddamento rispetto alla temperatura media della fotosfera. Per contro, periodi di persistente minimo di attività solare determineranno un minimo della costante solare cui sarà associato sulla Terra un peggioramento climatico. Resta da vedere se quantitativamente le cose stanno proprio così e quale è l'entità dell'influenza esercitata dal numero di macchie sulla costante solare. Consideriamo, a tal fine, un modello matematico di una singola macchia solare, per interpretare i fenomeni termici ad essa associati. Ogni singola macchia può essere considerata come una sorgente puntiforme a simmetria sferica [4] di un complesso di fenomeni della fotosfera solare, in particolare, ottici e termici. La sorgente rilascia una certa quantità di calore che si propaga dalla superficie solare in accordo con l'equazione di diffusione del calore. La macchia rimane visibile per poco tempo, tipicamente dell'ordine di grandezza dei giorni, mentre il calore rilasciato diffonde molto più lentamente, con un'attenuazione proporzionale alla radice quadrata del tempo trascorso, dal momento del rilascio. Il flusso di calore ha un'energia di attivazione, funzione della temperatura, che, verosimilmente è esprimibile da una funzione di Arrhenius:

$$\omega = \Omega_0 \exp(-\Delta H / (T^* - T))$$

la quale agisce come un interruttore on/off: man mano che la temperatura della macchia aumenta, all'avvicinarsi della sua temperatura a quella di arresto T^* il fattore ω diventa sempre più piccolo, molto rapidamente, sino ad annullarsi. Questo meccanismo fa sì che a ogni istante sia presente, non solo il flusso di calore dovuto alle macchie visibili ma anche quello dovuto alle macchie pregresse, non più visibili, ma ancora attive per quanto attiene al flusso di calore. In pratica, in ogni istante c'è un effetto cumulato fra presente e passato, sino al momento in cui la macchia invisibile, riscaldandosi, raggiunge la temperatura T^* . Questo momento può essere relativamente lungo, dell'ordine di grandezza di durata del ciclo solare: l'analisi dei dati sperimentali permetterà di stimare quantitativamente il suo valore.

In definitiva, la riconciliazione può avvenire su questa base: la costante solare è proporzionale non già direttamente alle macchie solari ma a una opportuna trasformata analitica del loro andamento. Si verifica, a posteriori, Fig. 3, che una tale trasformata risulta essere la media mobile delle macchie su un



periodo di 33 anni, cioè sulla durata media di tre cicli solari. Si noti che solo questa media, fra le tante possibili, possiede le caratteristiche idonee per la riconciliazione dei dati sperimentali.

*Fig. 3
Occorrenza annuale delle macchie solari dal 1700 a oggi e media mobile su un periodo di 33 anni*

Si osserva immediatamente dalla Fig. 3 che nell'intervallo di tempo tra il 1910 e il 1935 la media mobile è, praticamente, costante mentre nell'intervallo di tempo dal 1975 sino al 2000 raggiunge un massimo con sovrapposta una modulazione in ampiezza, di lieve entità, avente un carattere ciclico di 11 anni.

Questa funzione trasformata delle macchie solari ha le caratteristiche idonee per descrivere l'andamento della costante solare soddisfacendo ai due requisiti del rompicapo già tratteggiato:

1. la costante solare varia per meno dello 0,1% per l'arco di durata delle osservazioni Smithsonian APO (1923-1954) [1]; il suo valor medio riferito al 1923 è di $1358,35 \text{ W/m}^2$;
2. la costante solare ha un carattere ciclico di 11 anni, con una variabilità di $\pm 1 \text{ W/m}^2$ dal 1975 al 2005, attorno a un valor medio di 1366 W/m^2 .

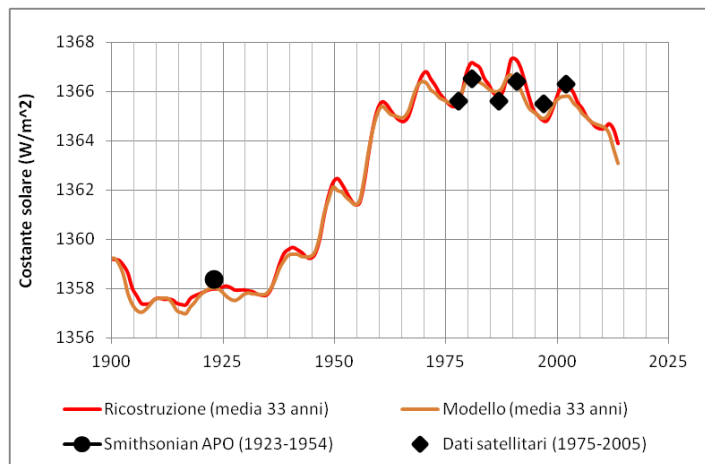
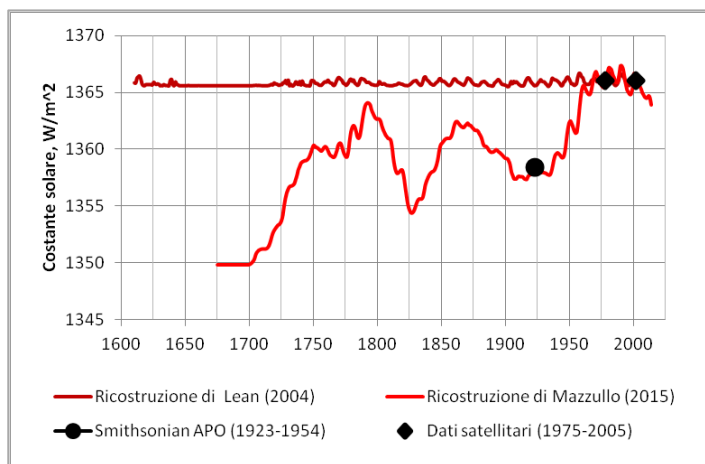


Fig. 4
Identificazione della funzione di variazione secolare della "costante solare" ottenuta attraverso la media mobile di 33 anni delle macchie solari ed i dati sperimentali APO (1923-1954) e satellitari (1975-2005)

A tale scopo, è sufficiente imporre che la funzione trasformata della media mobile delle macchie solari su un periodo di 33 anni passi, al meglio, per la coppia di punti di cui sopra, mediante un opportuno procedimento di identificazione dei parametri incogniti. Il risultato di questa operazione è la ricostruzione dell'andamento secolare della costante solare, come appare dal grafico di identificazione di Fig. 4 il quale, di fatto, realizza la riconciliazione fra i dati APO (1923-1954) sino al 1935, e i dati satellitari (1975-2005). Le due linee continue si riferiscono una alla media mobile di 33 anni e l'altra al



modello, tratteggiato all'inizio, di una funzione di arresto di Arrhenius. Estendendo la scala temporale sino al 1675 si ottiene la ricostruzione completa della costante solare, sulla base dei dati SIDC, come in Fig. 5.

Fig. 5
Due alternative ipotesi di ricostruzione della costante solare

Secondo questa ricostruzione, la costante solare ha assunto il valore minimo di 1349 W/m^2 in corrispondenza del minimo di Maunder (1645-1715). Si stima, pertanto, che durante questi 400 anni di osservazioni delle macchie solari, a partire dal minimo di Maunder sino al valore massimo contemporaneo, la variazione della costante solare sia stata di circa 17 W/m^2 pari a $+1,25\%$. Possiamo riassumere schematicamente i risultati di questa sezione come segue. Il punto di vista di J. Lean è che (Fig. 5) la costante solare è praticamente costante su scala secolare e il suo valor medio coincide con il valore satellitare attuale di $1366 \pm 1 \text{ W/m}^2$. Le fluttuazioni del valor medio seguono esattamente l'andamento delle macchie solari. Il valore della costante determinato da APO non viene preso in considerazione.

Alternativamente, il punto di vista sviluppato nel presente lavoro è che la costante solare varia su scala secolare. L'andamento della variazione secolare coincide con quello della media mobile, su un periodo

di 33 anni, delle macchie solari. La ricostruzione effettuata su questa base soddisfa sia il dato satellitare oscillante di $1366 \pm 1 \text{ W/m}^2$ per gli anni (1975-2005) che il dato stazionario a terra dello Smithsonian APO(1923-1954) di $1358,35 \text{ W/m}^2$ che si mantiene praticamente costante dal 1905 sino al 1935, coerentemente con le conclusioni APO [1].

Effetto della variazione secolare della costante solare sulla temperatura della Terra

È già stato sviluppato in un precedente lavoro [5, 6] un modello paleo-climatico di calcolo della variazione periodica millenaria del clima della Terra, mutuato dalla scala paleo-climatica di Milankovitch, che tiene conto esclusivamente dell'energia solare incidente, dell'inclinazione dell'asse terrestre e dell'eccentricità dell'orbita durante il ciclo di precessione che comprende il tempo presente. Per la costruzione del modello paleo-climatico è stato adottato un punto di vista astronomico, cioè quello di un osservatore lontano, che vede la Terra come una sfera, sostanzialmente azzurra, per la prevalenza dell'acqua che la ricopre, circondata da una tenue e sottile atmosfera gassosa. In particolare, il modello ha dato una risposta quantitativa alla naturale e affascinante domanda: Qual è la variazione di temperatura attesa sulla Terra, in conseguenza della variazione dell'energia solare incidente sull'atmosfera terrestre, provocata sia dall'eccentricità dell'orbita che dalla sua variazione millenaria. I calcoli sono stati effettuati nell'ipotesi che il flusso di calore per unità di superficie che investe la Terra, cioè la cosiddetta "costante solare" sia effettivamente una grandezza costante che non cambia nel tempo, Fig. 6 e Fig. 7.

Nel paragrafo precedente è stato messo in luce che quest'ipotesi riguardante la costante solare, sperimentalmente accertata su una scala di tempi di alcune decadi dallo Smithsonian Astrophysical Observatory per il periodo di anni 1923-1954 [1] può non essere più vera su scala secolare. Con l'aiuto del modello di calcolo paleo-climatico, possiamo fare un ulteriore passo avanti e valutare gli effetti della variazione secolare della costante solare sulla temperatura media della Terra sopra ipotizzata, in particolare all'inizio delle quattro stagioni. Il risultato dei calcoli è rappresentato, in forma grafica, dalla Fig. 6 per la coppia primavera/inverno e dalla Fig. 7 per la coppia autunno/estate.

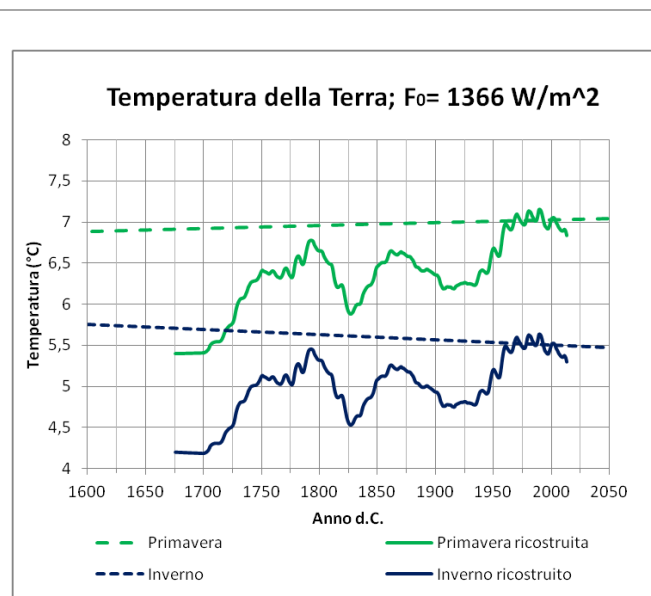


Fig. 6
Effetto della variazione secolare della costante solare sulla temperatura della Terra all'equinozio di primavera e al solstizio d'inverno

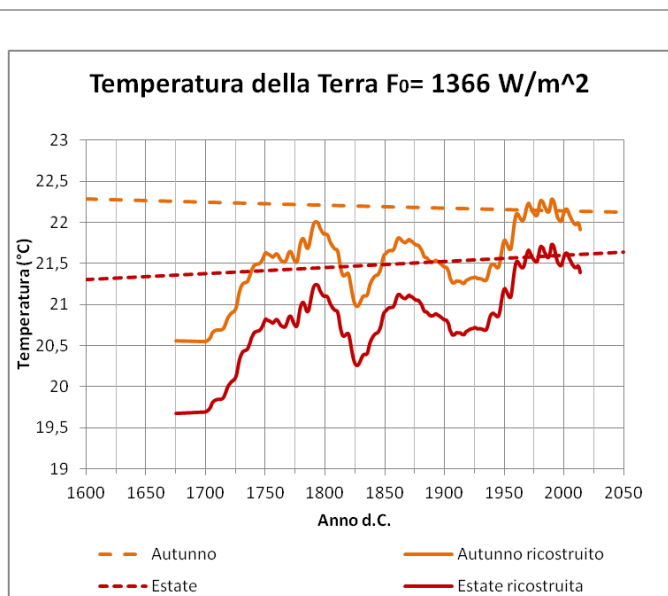


Fig. 7
Effetto della variazione secolare della costante solare sulla temperatura della Terra all'equinozio d'autunno e al solstizio estate

La linea tratteggiata descrive il profilo di temperatura previsto dal modello nell'ipotesi che il flusso di calore per unità di superficie che investe la Terra, cioè la cosiddetta "costante solare" sia effettivamente una grandezza costante che non cambia nel tempo. Il modello paleo-climatico prevede che la temperatura dell'equinozio di primavera sta lentamente aumentando alla velocità di $+0,033$ °C/secolo, Fig. 6 e quella del solstizio d'estate alla velocità di $+0,067$ °C/secolo, Fig. 7 mentre la temperatura del solstizio d'inverno sta lentamente diminuendo alla velocità di $+0,062$ °C/secolo, Fig.6, e quella dell'equinozio d'autunno, Fig. 7 alla velocità di $-0,038$ °C/secolo. Sottolineiamo, infine, che la variazione secolare della temperatura di inizio delle quattro stagioni è dovuta al moto di precessione degli equinozi e all'eccentricità dell'orbita terrestre.

La linea continua, invece, si riferisce all'ipotesi di variazione secolare della costante solare, come determinata al paragrafo precedente. La più macroscopica osservazione riguarda l'andamento generale delle quattro temperature stagionali: sono tutte mediamente in aumento dal 1600 a oggi, ovvero, è in corso un fenomeno di riscaldamento medio globale ad opera dell'aumento medio secolare della costante solare. Secondo questa ricostruzione, dal minimo assoluto, in corrispondenza del minimo di Maunder (1645-1715) al massimo contemporaneo (1975-2005) l'aumento medio annuale di temperatura della Terra è stato di circa $1,5$ °C mentre quello stagionale è stato di circa $1,5$ °C per la primavera, $1,75$ °C per l'estate, $1,75$ °C per l'autunno e $1,25$ °C per l'inverno.

Possiamo cercare di rispondere al quesito se il profilo di temperature previsto sia compatibile con la "piccola glaciazione" associata al minimo di Maunder. La risposta è affermativa. Se calcoliamo, infatti, il profilo annuale di temperatura in corrispondenza del minimo valore della costante solare, cioè 1349 W/m² (linea blu) e del massimo 1366 W/m² (linea rossa) otteniamo il grafico di Fig. 8. Si noti che la temperatura media calcolata si riferisce al parallelo 33° di latitudine nord: ora una temperatura di 0 °C a fine gennaio a questa latitudine comporta un gelo tremendo alle latitudini dell'Europa continentale.

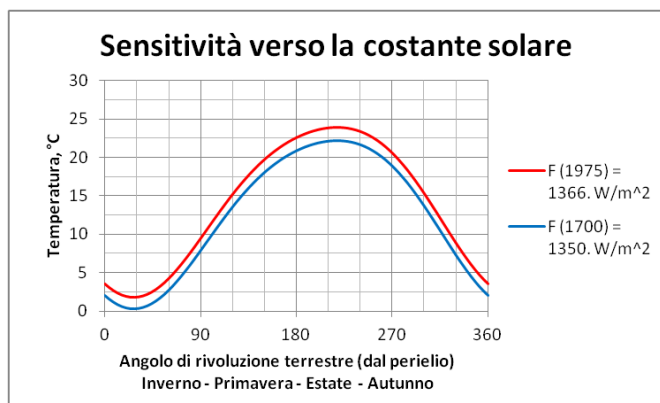
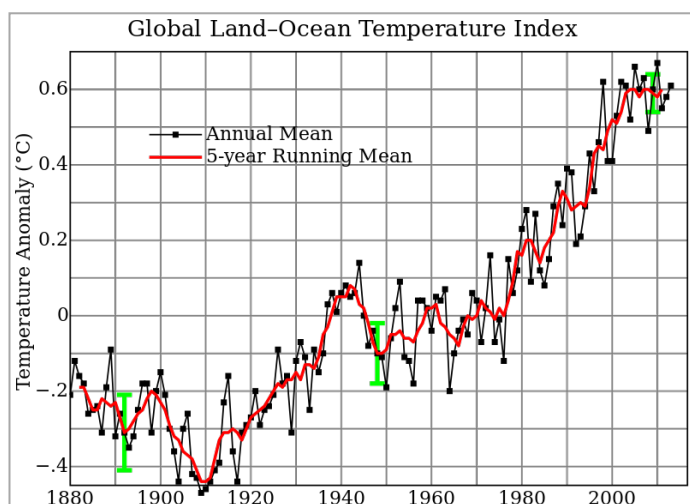


Fig. 8
Variazione della costante solare e temperatura media annuale della Terra al minimo di Maunder (1645-1715) al massimo contemporaneo (1975-2005)

La presente investigazione si limita a considerare la scala dei tempi dal 1700 a oggi, cioè l'intervallo dei dati sperimentali messi a disposizione del pubblico dall'Osservatorio Reale del Belgio, (www.sidc.be/silso/datafiles). L'estensione della scala dei tempi richiede un opportuno modello matematico capace di descrivere con adeguata accuratezza l'andamento delle macchie solari e che, soprattutto, consenta di fare estrapolazioni di tempo verso il passato e verso il futuro. Una investigazione, in tal senso, è già apparsa su questa rivista [7].

Variazione della costante solare e riscaldamento globale

È naturale chiedersi quale sia l'impatto dei risultati riguardanti la variazione secolare della costante solare sul fenomeno del riscaldamento globale. Se facciamo riferimento all'anomalia di temperatura per il comparto suolo/mare della Terra, registrata dal 1880 a oggi, si osserva un progressivo aumento di temperatura a partire dal 1910 per un ammontare di poco più di 1 °C, come si può notare dalla Fig. 9 elaborata periodicamente dalla NASA, relativamente all'emisfero boreale, qui riportata senza rielaborazioni. L'anomalia si riferisce alla temperatura media annuale di $14,0$ °C che compete al periodo



1951-1980. Sommando l'anomalia al valore di riferimento si ottiene la temperatura media effettiva della Terra.

Fig. 9
Anomalia della temperatura globale negli ultimi 100 anni
(fonte: http://data.giss.nasa.gov/gistemp/graphs_v3/)

Per confrontare i risultati di temperatura della Terra calcolati con il modello paleo-climatico, come effetto della variazione secolare della costante solare, di cui alla Fig. 6 per la coppia primavera/inverno e alla Fig. 7 per la coppia autunno/estate, è sufficiente calcolare il valor medio di temperatura delle quattro stagioni del modello paleo-climatico, confrontandolo poi col valore sperimentale della NASA, come appare dalla Fig. 10. Si noti che il modello paleo-climatico è stato reso coerente con il dato sperimentale di temperatura media annuale di 14,0 °C che compete al periodo 1951-1980. Osserviamo subito che la curva sperimentale e la curva teorica presentano entrambe un minimo relativo in corrispondenza dell'anno 1910; questo fatto costituisce un punto a favore del modello e delle sue capacità predittive.

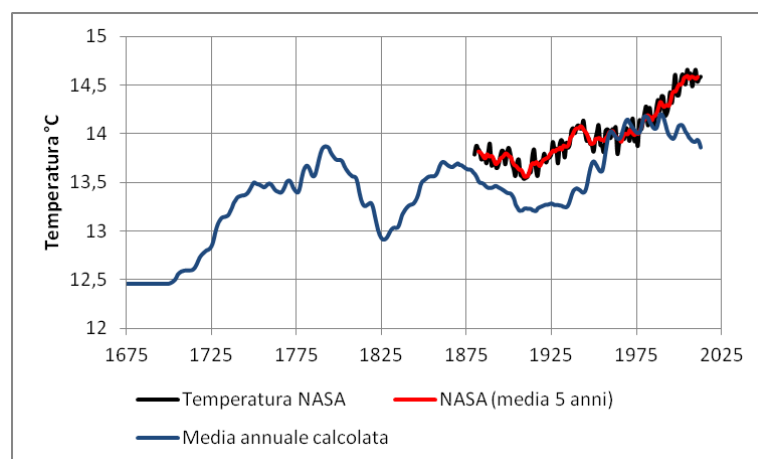


Fig. 10
Contributo della variazione secolare della costante solare al riscaldamento globale

Se la variazione di temperatura della Terra fosse dovuta solamente alla variazione secolare della costante solare, allora, la temperatura sperimentale coinciderebbe con la temperatura media del modello paleo-climatico. Dalla Fig. 10 si osserva chiaramente che così non è. Più precisamente, si nota che la temperatura teorica è costantemente inferiore o uguale alla temperatura media sperimentale della Terra. Si può subito dedurre che la variazione secolare della costante solare non è sufficiente a descrivere compiutamente i dati sperimentali di temperatura, ma è necessario invocare la presenza di altri fenomeni per completare la descrizione dei valori sperimentali osservati. Data la struttura matematica del modello paleo-climatico e della soluzione analitica (vedi Appendice, eq. A2), i parametri fisici che possono essere responsabili degli effetti mancanti sono il fattore moltiplicativo netto di insolazione $f_{2 \text{ exp}}$ cioè l'attenuazione e trasformazione dell'energia solare incidente dopo l'attraversamento dell'atmosfera e la trasmittanza dell'atmosfera della Terra, cioè il coefficiente di scambio termico globale U_{exp} . Questi parametri racchiudono cumulativamente in sé l'effetto combinato della variazione di spessore e composizione dei cosiddetti gas serra, degli aerosol e del particolato sospeso, oggetto del dibattito in corso sui fenomeni responsabili del riscaldamento globale. Il valore effettivo del rapporto dei due parametri $U_{\text{exp}}/f_{2 \text{ exp}}$ si può calcolare, dai dati in possesso, attraverso la relazione $f_{2 \text{ exp}}U_{\text{exp}}/Uf_{2 \text{ exp}} = (T_{\text{calc}}^{\text{M}} - T_0)/(T_{\text{exp}}^{\text{M}} - T_0)$, ossia, come rapporto fra le temperature medie calcolate e osservate, Fig. 11.

La Fig. 11 costituisce, per certi versi, una sorta di mappa dello stato di salute della Terra. Volutamente è stata evidenziata la dispersione dei valori calcolati del rapporto, per mettere maggiormente in luce la nitidezza del risultato conseguito: dal 1880 al 1940 si osserva una lineare diminuzione del rapporto sino a un minimo in corrispondenza con l'inizio della seconda guerra mondiale, con associato, coerentemente, un continuo aumento della temperatura terrestre. È degno di nota e, particolarmente stimolante, che nel successivo trentennio 1940-1970 il rapporto si sia riportato al valore unitario. A cosa si può attribuire questa inversione di tendenza? Non sembra estranea l'iper-produzione di particolato dell'attività bellica e la frenetica attività industriale della successiva ricostruzione. Dal 1970 il rapporto riprende nuovamente a diminuire, a partire dal valore unitario, e la temperatura ad aumentare.

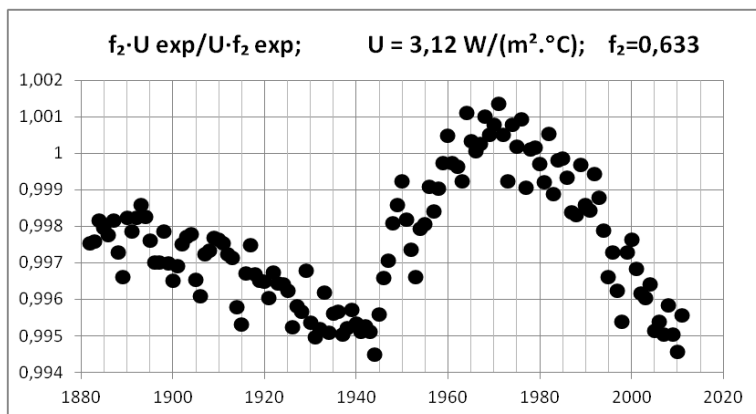


Fig. 11
Rapporto fra trasmittanza e attenuazione relativa dell'atmosfera terrestre, calcolato combinando il modello paleo-climatico e i dati sperimentali NASA

Questo diagramma costituisce la base quantitativa di partenza per valutare separatamente le variazioni subite dal fattore di attenuazione $f_{2 \text{exp}}$ e dalla trasmittanza U_{exp} in questi ultimi 150 anni.

Considerazioni conclusive

La controversia riguardante la variabilità o meno della costante solare è un argomento dibattuto da oltre un secolo. In questo lavoro è stata presentata una nuova ipotesi a favore della sua variabilità *su scala secolare* che possiamo formulare come segue: "La costante solare è proporzionale alla media mobile, su un periodo di 33 anni, dell'andamento temporale delle macchie solari". A supporto di questa ipotesi sono state date delle giustificazioni *a priori* di carattere fenomenologico e delle giustificazioni *a posteriori* di tipo topologico (previsione del minimo del 1910), climatico (previsione della piccola glaciazione associata al minimo di Maunder) analitico/numerico (solo questa media, fra le tante possibili, possiede le caratteristiche idonee per la riconciliazione dei dati stazionari terrestri dello Smithsonian APO (1923-1954) e dei dati satellitari (1975-2005) oscillanti). Secondo questa nuova ipotesi di ricostruzione della costante solare, il suo valore massimo moderno è di $1366 \pm 1 \text{ W}/\text{m}^2$ mentre il valore minimo, assunto in corrispondenza del minimo di Maunder (1645-1715) è di $1349 \text{ W}/\text{m}^2$. Si stima, pertanto, che durante questi quattrocento anni di osservazioni delle macchie solari, a partire dal minimo di Maunder sino al massimo moderno, la variazione della costante solare sia stata di $17 \text{ W}/\text{m}^2$ pari a +1,25%. L'effetto prevalente della variazione della costante solare, determinato per mezzo di un modello paleo-climatico è stato quello di provocare, (Fig. 6 e Fig. 7), un riscaldamento medio del pianeta di circa $1,5 \text{ °C}$ in 400 anni ed è sufficiente per affermare che, su scala secolare, il clima è scandito, prevalentemente anche se non esclusivamente, dal volgere del ciclo delle macchie solari. A questo imponente effetto del Sole si sovrappongono i non meno imponenti fenomeni a "effetto serra" come enfatizzato da J. Hansen [8] e dagli scienziati che si occupano del riscaldamento globale della Terra, (vedi http://data.giss.nasa.gov/gistemp/graphs_v3/). Osserviamo, infatti che rispetto alla linea di base degli anni 1951-1980, la temperatura globale è aumentata di $0,200 \text{ °C}$ per decade negli ultimi trenta anni e questo aumento è simile al tasso di riscaldamento previsto nel 1980 dalle prime simulazioni del modello climatico globale comprendente le variazioni dei gas serra [8]. Ma se effettuiamo il confronto col valore teorico di temperatura previsto dal modello paleo-climatico, l'aumento di temperatura osservato è ancora più drammatico: il tasso di crescita diventa $0,225 \text{ °C}$ per decade.

APPENDICE

Modello matematico paleo-climatico di temperatura della Terra

Per i lettori interessati a valutare personalmente le previsioni del modello paleo-climatico, si riportano schematicamente, di seguito, la struttura matematica, la soluzione analitica e i parametri di calcolo del modello utilizzati in questo lavoro. Per maggiori dettagli si rimanda a [5, 6]. Data la lontananza del punto di osservazione, i fenomeni atmosferici convettivi e diffusivi sono come appiattiti sulla superficie della Terra e non siamo, quindi, in grado di osservare ciò che accade lungo lo spessore dell'atmosfera. Di conseguenza, l'equazione di diffusione e convezione del calore, che descrive i fenomeni atmosferici di trasporto, collassa in un problema ai valori iniziali, cioè in una equazione differenziale ordinaria con un termine di accumulo, uno di sorgente e uno di perdita per l'atmosfera terrestre che riceve e parzialmente disperde il calore del Sole:

$$\rho C_p h \omega \cdot \frac{dT}{d\alpha} + U \cdot (T - T_0) = \dot{F}(\alpha, \beta, e) \quad (A1)$$

L'equazione (A1) è il più semplice bilancio di energia solare che si possa scrivere per il sistema Sole/Terra. Tutte le informazioni relative al flusso di energia solare sono racchiuse nel termine di sorgente $\dot{F}(\alpha, \beta, e)$, riflesso dalla superficie terrestre verso l'atmosfera [5, 6]. L'equazione (A1) ci dice, sostanzialmente, che il termine di sorgente risulta costantemente uguale al flusso uscente $U \cdot (T - T_0)$ sommato al termine di accumulo $\rho C_p h \omega \cdot dT/d\alpha$, dove h è la frazione della massa dell'atmosfera secca per unità di superficie $\rho = m/(4\pi R_T^2)$ interessata al fenomeno di accumulo e rilascio di calore, essendo $m = 5,14 \cdot 10^{21}g$; $R_T = 6,38 \cdot 10^6m$. Il parametro U è la trasmittanza della Terra, cioè il coefficiente di scambio termico dell'atmosfera terrestre verso lo spazio esterno, immaginato alla temperatura T_0 costante. Nell'equazione di bilancio di energia (A1) abbiamo scelto come variabile indipendente la posizione angolare α della Terra nel suo moto di rivoluzione attorno al Sole, invece del tempo t . L'angolo di rivoluzione α , misurato a partire dal perielio sulla linea degli apsi, ha un andamento antiorario. Esso è legato al tempo di percorrenza dell'orbita terrestre dalla relazione $\alpha = \omega t$, dove $\omega = 360^\circ/anno$ è la velocità angolare media riferita all'anno solare di 365,2425 giorni. Il termine di sorgente $\dot{F}(\alpha, \beta, e)$ è funzione della posizione angolare α oltre che dell'angolo di precessione β e dell'eccentricità "e" dell'orbita terrestre. L'angolo di precessione β è misurato anch'esso a partire dal perielio ma procede in senso orario (contrariamente al moto di rivoluzione) a un tasso medio annuo, $\sigma = 50,256''/anno$. Il solstizio d'inverno ha avuto luogo esattamente al perielio nell'anno 1'092 d.C. mentre oggi, per fissare una data nel 2'010 d.C., ha avuto luogo a un angolo di precessione $\beta_0 \cong 347^\circ, 1875$. Possiamo attribuire alla equazione (A1), il carattere di una definizione e considerarla, a tutti gli effetti, come l'equazione costitutiva del modello di Terra considerato in questo lavoro. La soluzione dell'equazione di bilancio (A1) si scrive come somma di due componenti: Una componente infinitesima e una componente finita, entrambe con carattere periodico. La prima tende asintoticamente a zero al crescere dell'angolo di rivoluzione α ed è funzione della condizione iniziale. La seconda descrive il comportamento stabile, di carattere periodico della soluzione, quando l'effetto della condizione iniziale si è esaurito ed è stato assorbito dal sistema modello. Possiamo riferirci a questa componente finita della soluzione come alla *soluzione asintotica*. Essa ha la seguente espressione:

$$T = T_0 + \frac{F_0 f_2}{2a_0 U} \{1 + \quad (A2)$$

$$+ \frac{P}{P^2 + 1} \{a_1 [P \cos \alpha + \sin \alpha] + a_2 [P \cos(\alpha - \beta) + \sin(\alpha - \beta)]\} +$$

$$+ \frac{P}{P^2 + 4} b_0 \left\{ \cos \alpha [P \cos \alpha + 2 \sin \alpha] + \frac{2}{P} \right\} +$$

$$+ \frac{P}{P^2 + 4} \frac{b_1}{2} \left\{ [P \cos(2\alpha - \beta) + 2 \sin(2\alpha - \beta)] + \frac{P^2 + 4}{P} \cos \beta \right\} +$$

$$+ \frac{P}{P^2 + 4} b_2 \left\{ \cos(\alpha - \beta) [P \cos(\alpha - \beta) + 2 \sin(\alpha - \beta)] + \frac{2}{P} \right\}$$

Il parametro adimensionale P che figura nella soluzione asintotica ha la seguente definizione:

$$P = \frac{U}{\rho C_p h \omega} \quad (A3)$$

Il parametro F_0 rappresenta il valore tabulare dell'andamento della costante solare rappresentato graficamente dalla Fig. 5. Il fattore f_2 tiene conto del fatto che nell'attraversamento dell'atmosfera la radiazione solare incidente subisce una complessa serie di trasformazioni e attenuazioni, quindi quello che giunge al suolo non è più uguale a quello in arrivo al bordo esterno dell'atmosfera, né per intensità né per natura. Il parametro intensivo $f_2 \cong 0,633$ costituisce il fattore moltiplicativo netto di insolazione, comprensivo di tutti questi fenomeni. La definizione delle costanti e il loro valore è raccolto in Tab. A1.

Tab. A1

Costanti astronomiche del flusso di energia solare

Costante	Valore	Costante	Valore
e	+0,0167	$\delta = 23^\circ 27'$	+0,409 280
$a_0 = (1 - e^2)^2$	+0,999 442	$b_0 = e^2$	+0,000 279
$a_1 = 2e$	+0,0334	$b_1 = a_1 a_2$	-0,004 967
$a_2 = -(1 - 2/\pi)\delta$	-0,148 724	$b_2 = a_2(a_2 + \delta)$	-0,038 751

I parametri liberi (U, P, T_0, h) sono stati identificati coerentemente con la stima NASA che nel periodo di anni 1951-1980 la temperatura media globale è stata di 14,0 °C. Si noti che il modello impone anche il contenuto medio h di acqua presente nell'atmosfera. Il valore dei parametri è raccolto in Tab. A2.

Tab. A2

Valori numerici dei parametri liberi identificati dell'atmosfera

Parametro	Valore identificato	Note
h	2,8965 %	% H ₂ O atmosferica
U	3,1196 W/(m ² K)	Trasmittanza
P	0,938299	Costante di tempo
T_0	-121,50 °C	Temperatura esterna

Definiamo *problema annuale* il calcolo del profilo giornaliero di temperatura della Terra, a mezzogiorno. Questo problema è risolto dall'equazione (A2) calcolata in funzione dell'angolo di rivoluzione α , dopo avere assegnato il valore dell'angolo di precessione $\beta_0 = -12^\circ,8125$ e dei parametri (U, P, T_0, h) forniti dalla tab. A1 e tab. A2. Definiamo *problema millenario* il calcolo del profilo annuale di temperatura delle quattro stagioni, durante l'intero ciclo di precessione attuale, tenendo conto anche della variazione dell'eccentricità dell'orbita terrestre. Questo problema è risolto, ancora una volta, dall'equazione (A2), con la seguente avvertenza: la temperatura del solstizio d'inverno si ottiene quando l'angolo di rivoluzione α coincide con l'angolo di precessione β , in simboli ($\alpha - \beta = 0$). A seguire, le altre stagioni: primavera, estate e autunno hanno luogo quando ($\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3}{2}\pi$) rispettivamente.

BIBLIOGRAFIA

¹D.V. Hoyt, *Reviews of geophysics and space physics*, 1979, **17**(3), 427.

²Y.-M. Wang *et al.*, *The Astrophysical Journal*, 2005, **625** (20), 522.

³J. Lean, Solar Irradiance Reconstruction, IGBP Pages/World Data Center for Paleoclimatology, Data Contribution Series #2004-035, NOAA/NCDC Paleoclimatology Program, Boulder CO, USA, 2004.

⁴H.S. Carslaw, J.C. Jaeger, *Conduction of heat in solids*, Linear flow of heat, cap. 2, pag. 50, Oxford University Press, 2nd Ed., 1980.

⁵S. Mazzullo, *Chimica e Industria*, 2012, **94**(5), 75.

⁶S. Mazzullo, *Chimica e Industria*, 2012, **94**(6), 94.

⁷S. Mazzullo; *Chimica e Industria*, 2013, **95**(5), 134.

⁸J. Hansen *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 2006, **103**, 14288, doi:10.1073/pnas.0606291103.