

GLI STUDENTI RISOLVONO I PROBLEMI

In *La Chimica nella Scuola*, 1995, **XVII**, 142, sono stati pubblicati 3 problemi che ancora mancano della soluzione. Mi scuso con gli Autori che li hanno proposti e con i lettori per il ritardo dovuto alla mancanza di soluzioni. Alcuni insegnanti avevano fatto sapere che avrebbero utilizzato in classe i problemi riportati in questa rubrica come sfida per i propri studenti, ma nessuna delle soluzioni degli studenti è ancora arrivata. Così ho pensato di rimediare, assegnando questi problemi come “compiti per casa” agli studenti del primo anno di Ingegneria che seguono il corso di chimica tenuto dal curatore di questa rubrica. Questi studenti lavorano alla risoluzione dei problemi in gruppi di 4, ciascuno con un proprio ruolo, secondo il metodo cooperativo [1].

Problema 1

Un metallo forma due composti con l'ossigeno che contengono rispettivamente il 68,42% ed il 52,00% di metallo. Stabilire la formula dei due ossidi ed il peso atomico del metallo.

L'autore, **Eugenio Rosin**, propone la soluzione che segue. Tenendo conto delle valenze, possiamo considerare le formule dei composti scritte come M_2O_n e M_2O_m , con m ed n , numeri interi. In M_2O_n si ha:

$$\frac{2PA}{2PA + 16,00n} = 0,6842$$

dove PA indica la massa atomica relativa del metallo. Si ottiene: $PA = 17,332n$. In M_2O_m si ha:

$$\frac{2PA}{2PA + 16,00m} = 0,5200$$

Si ottiene: $PA = 8,6667m$. Facendo il rapporto tra i valori ottenuti, si ha:

$$17,332/8,6667 = m/n = 2,000$$

Ora si determina il valore di m ed n ,

procedendo per tentativi e utilizzando l'informazione appena trovata.

n	m	PA
1	2	17,33
2	4	34,67
3	6	52,00
4	8	69,33

Dai valori ottenuti, si determina il valore di PA . Dalla quarta combinazione si ottiene un valore di PA molto vicino alla massa atomica relativa del gallio; però la valenza 8 (come pure la valenza 4) non ha senso. L'elemento è il cromo che ha massa atomica relativa 52,00.

Pochi gruppi non hanno risolto questo problema; tre gruppi sono giunti alla conclusione che il problema non si poteva risolvere per mancanza di dati (massa atomica relativa). Un gruppo formato da 4 studentesse, ha proposto soluzione che segue. Indicano con I il primo ossido e con II il secondo; nell'ossido I si ha:

$$68,42 \text{ g M e } 31,58 \text{ g O} \\ 31,58 \text{ g O} \equiv 1,974 \text{ mol O}$$

Nell'ossido II si ha:

$$52,00 \text{ g M e } 48,00 \text{ g O} \\ 48,00 \text{ g O} \equiv 3,000 \text{ mol O}$$

Calcolano il rapporto tra le moli di metallo nel composto I e quelle nel composto II:

$$\frac{n(M(I))}{n(M(II))} = \frac{68,42/PA}{52,00/PA} = 1,316$$

E fanno la stessa cosa per l'ossigeno:

$$n(O(I))/n(O(II)) = 0,6579$$

$$1,316/0,6579 = 2,000. \text{ Perciò:}$$

$$\frac{n(M(I))}{n(O(I))} = \frac{2,000 \cdot n(M(II))}{n(O(II))}$$

Ovvero,

$$n(M(I)) = 2,000 \cdot n(M(II)) \cdot 0,6579$$

Ipotesi: se $n(M(II)) = 1,000$ mol M, si ottiene:

$$n(M(I)) = 1,316 \text{ mol};$$

questo implica:

$$1,316 \text{ mol M} \equiv 68,42 \text{ g M}$$

$$PA = 68,42 \text{ g M} / 1,316 \text{ mol M} = 51,99$$

$$\text{g/mol (il metallo è il cromo)}$$

$$(1,316 \text{ mol M}) / (1,974 \text{ mol O}) = 0,6667$$

Non si accorgono che il numero 0,6667 è dato dal rapporto 2/3; arrivano alla formula dal rapporto tra le moli di ossigeno e quelle del cromo. Poiché l'ossigeno ha valenza 2: $(2 \cdot 1,974 / 1,316 = 3)$, la formula dell'ossido I è Cr_2O_3 .

VERIFICA

Verificano la correttezza del risultato ottenuto ricavando il rapporto di combinazione attraverso un procedimento diverso. Dato che in 100,0 g di ossido II sono contenuti 48,00 g di ossigeno, che corrispondono a 3,000 mol O, 52,00 g di metallo corrispondono a 1,000 mol Cr.

$$(1,316 \text{ mol M}) / (1,974 \text{ mol O}) = \\ = 0,6667 = 2/3.$$

Un altro gruppo ha risolto il problema utilizzando un procedimento diverso, con un numero minore di passaggi.

Base per il calcolo: 100,0 g di ossido. In 100,0 g di ossido II, si hanno:

$$n(O) = (48,00 \text{ g O}) / (16,00 \text{ g O/mol O}) = \\ = 3,000 \text{ mol O}$$

Il resto a 100,0 sono 52,00 g di metallo che corrispondono ad un numero intero di moli; dai valori delle masse atomiche relative si deduce che il numero di moli è 1 e la formula dell'ossido è MO_3 .

Nell'ossido I:

$$n(M) = (68,42 \text{ g M}) / (52,00 \text{ g M/mol M}) = \\ = 1,316 \text{ mol M}$$

$$n(O) = (31,58 \text{ g O}) / (16,00 \text{ g O/mol O}) = \\ = 1,974 \text{ mol O}$$

Dividendo per il più piccolo, si ha:
 $1,974 \text{ mol O} / 1,316 \text{ mol M} =$
 $= 1,500 \text{ mol O/mol M}$

Moltiplicando per 2, si ottiene la formula espressa con numeri interi. La formula dell'ossido I è perciò: M_2O_3 .

VERIFICA

I risultati sono in ottimo accordo con i dati del problema; l'elemento è il cromo.

Alcune delle soluzioni proposte sono sbagliate. Due gruppi sbagliano il calcolo delle moli di ossigeno:

$n(O) = (31,58 \text{ g O}_2) / (32,00 \text{ g O}_2/\text{mol O}_2) =$
 $= 0,9869 \text{ mol O}_2$ e due gruppi sbagliano perché non utilizzano in modo appropriato le cifre significative:
 $(31,58 \text{ g O}) / (16,00 \text{ g O/mol O}) = 2 \text{ mol O}$.
 Uno di questi due gruppi conclude che l'elemento è lo zolfo, mentre l'altro gruppo, attraverso un ragionamento congruente, arriva ugualmente a stabilire che il metallo è il cromo, dopo aver scartato diversi elementi: Se, Ba, Ga e Cl.

Può essere interessante per quanti tra i lettori sono coinvolti nell'insegnamento del calcolo stechiometrico considerare come a volte gli studenti, nella risoluzione dei problemi, arrivano a sentirsi bloccati, senza rendersi conto di dove hanno sbagliato o come fare per trovare una via di uscita.

Un gruppo ha rappresentato in modo corretto il problema ma ha dimenticato di usare i coefficienti n e m subito dopo averli introdotti; per l'ossido I è stata usata la formula M_2O_n . Base per il calcolo: $100,0 \text{ g } M_2O_n$.

$68,42 \text{ g M} : 31,58 \text{ g O} =$
 $= 2 \text{ PA} : 16,00 \text{ g O/mol O}$
 $\text{PA} = 17,332 \text{ g/mol}$

VERIFICA

Se PA è giusto, si deve ritrovare lo stesso valore utilizzando i dati dell'ossido II.

Formula dell'ossido: M_2O_m .
 Base per il calcolo: $100,0 \text{ g } M_2O_m$.

$52,00 \text{ g M} : 48,00 \text{ g O} =$
 $= 2 \text{ PA} : 16,00 \text{ g O/mol O}$
 $\text{PA} = 8,6667 \text{ g/mol}$

Invece PA è diverso. In questo procedimento l'errore risiede nell'uso di relazioni stechiometriche sbagliate; gli studenti non sanno correggere l'errore perciò concludono che non è possibile risolvere questo problema

perché non esiste alcun metallo con massa atomica relativa di 8,6667 g/mol e 17,332 g/mol.

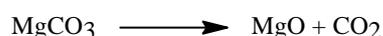
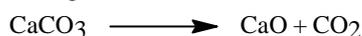
Problema 2

5,000 g di un miscuglio di $CaCO_3$ e di $MgCO_3$ contengono il 30,00% di Ca. Se viene riscaldato fino a peso costante, quale sarà la perdita percentuale di massa?

La soluzione di questo problema viene proposta dall'autore, **Francesco Di Nola**. Viene utilizzata la procedura strutturata del metodo ASV [2].

1 DFP(1)

Avvengono le reazioni:



La perdita di massa è dovuta alla formazione della CO_2 gassosa.

2 SIA(2)

$1 \text{ mol } CaCO_3 \equiv 100,1 \text{ g } CaCO_3$
 $1 \text{ mol } MgCO_3 \equiv 84,32 \text{ g } MgCO_3$
 $1 \text{ mol } CO_2 \equiv 44,01 \text{ g } CO_2$

Massa del calcio nel miscuglio (msg):
 $100,0 \text{ g msg} : 30,00 \text{ g Ca} =$
 $= 5,000 \text{ g msg} : x \text{ g Ca}$
 $x = 1,500 \text{ g Ca}$

$1,500 \text{ g Ca} \equiv 3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol Ca} \equiv$
 $\equiv n(CaCO_3) \equiv n(CO_2)$

Massa $CaCO_3 = (3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CaCO_3) \cdot$
 $(100,1 \text{ g } CaCO_3/\text{mol } CaCO_3) = 3,746 \text{ g } CaCO_3$

Massa $MgCO_3 = 5,000 \text{ g msg} +$
 $- 3,746 \text{ g } CaCO_3 = 1,254 \text{ g } MgCO_3$
 $1,254 \text{ g } MgCO_3 \equiv 1,487 \cdot 10^{-2} \text{ mol } MgCO_3$

Le moli di CO_2 formate sono in numero uguale alla somma delle moli dei due sali.

3 CVI(3)

$3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CO_2 + 1,487 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CO_2 =$
 $5,229 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CO_2$

Massa di $CO_2 = (5,229 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CO_2) \cdot$
 $(44,01 \text{ g } CO_2/\text{mol } CO_2) = 2,301 \text{ g } CO_2$

Perdita di massa percentuale:
 $5,000 \text{ g msg} : 2,301 \text{ g} = 100,0 \text{ g msg} : y \text{ g}$
 $y = 46,02\%$

VERIFICA

$1 \text{ mol } CaO \equiv 56,08 \text{ g } CaO$
 $1 \text{ mol } MgO \equiv 40,31 \text{ g } MgO$
 Massa $CaO = (3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CaO) \cdot$
 $(56,08 \text{ g } CaO/\text{mol } CaO) = 2,098 \text{ g } CaO$
 Massa $MgO = (1,487 \cdot 10^{-2} \text{ mol } MgO) \cdot$
 $(40,31 \text{ g } MgO/\text{mol } MgO) = 0,5994 \text{ g } MgO$

La verifica si basa sulla conservazione della massa: $\Sigma (\text{masse dei reagenti}) = \Sigma (\text{masse dei prodotti})$

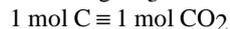
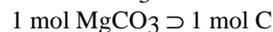
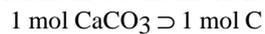
$$2,098 \text{ g } CaO + 0,5994 \text{ g } MgO +$$

$$+ 2,301 \text{ g } CO_2 = 4,998 \text{ g msg}$$

Le soluzioni proposte dagli studenti (una ventina) seguono tutte lo schema presentato, con alcune minori variazioni; una soluzione è diversa dalle altre.

2 SIA(2)

Relazioni stechiometriche:



Il simbolo \supset indica una relazione stechiometrica di proporzionalità e significa "contiene".

Rapporti stechiometrici:

$$r_s = 1 \text{ mol C} / 1 \text{ mol } CaCO_3 =$$

$$= 1 \text{ mol C} / 1 \text{ mol } MgCO_3 =$$

$$= 1 \text{ mol } CO_2 / 1 \text{ mol C}$$

3 CVI(3)

Come nella soluzione precedente sono state ricavate $n(CaCO_3)$ e $n(MgCO_3)$.

Moli C in $CaCO_3$:

$$(3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CaCO_3) \cdot$$

$$\cdot (1 \text{ mol C} / 1 \text{ mol } CaCO_3) =$$

$$= 3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol C}$$

Moli C in $MgCO_3$:

$$(1,487 \cdot 10^{-2} \text{ mol } MgCO_3) \cdot$$

$$\cdot (1 \text{ mol C} / 1 \text{ mol } MgCO_3) =$$

$$= 1,487 \cdot 10^{-2} \text{ mol C}$$

$$n(C) = 3,742 \cdot 10^{-2} \text{ mol C} +$$

$$+ 1,487 \cdot 10^{-2} \text{ mol C} = 5,229 \cdot 10^{-2} \text{ mol C}$$

$$(5,229 \cdot 10^{-2} \text{ mol C}) \cdot (1 \text{ mol } CO_2 / 1 \text{ mol C}) =$$

$$= 5,229 \cdot 10^{-2} \text{ mol } CO_2$$

Poi come la soluzione precedente.

Problema 3

1,000 g di un miscuglio di NaCl e KCl contiene il 30,00% di NaCl. Calcolare quanto NaCl deve essere aggiunto in modo che il miscuglio risultante contenga il 60,00% di cloro.

Questo problema è stato proposto da **Francesco Di Nola** e non è stata fornita alcuna risoluzione. Il problema è percepito essere difficile da risolvere attraverso un ragionamento sequenziale e di solito si ricorre ad un algoritmo matematico. L'aggiunta di NaCl aumenta il contenuto di cloro e nel contempo aumenta la massa del miscuglio. Queste variazioni diverse di due grandezze differenti prodotte dalla stessa aggiunta di NaCl rendono difficile il ra-

gionamento. Si potrebbe pensare di risolvere questo problema per via numerica; dopo ogni aggiunta di NaCl si calcola la percentuale di cloro, fino a soddisfare le richieste del problema: i nostri studenti conoscono una scorciatoia algebrica per risolvere il problema.

Visto dall'ottica della teoria della dinamica dei sistemi, è questo un sistema con circuito di feedback negativo di primo grado [3]. Dal punto di vista didattico, la strategia migliore per costruire la soluzione e ragionare sui passaggi è quella che si ottiene applicando il metodo Hansel e Gretel [4]. Secondo questo metodo lo studente risolve un altro problema, in una forma che percepisce essere facile, poi adatta il ragionamento svolto nel problema più facile e risolve il problema percepito difficile. Per applicare il metodo Hansel e Gretel lo studente immagina di conoscere il risultato (non è necessaria una stima vicina al vero): ad esempio, immaginiamo che sia necessario aggiungere 10,00 g NaCl per soddisfare le richieste del problema. Perciò lo studente risolve il problema: 1,000 g di un miscuglio di NaCl e KCl contiene il 30,00% di NaCl. A questo miscuglio sono aggiunti 10,00 g di NaCl. Calcolare la percentuale di cloro nel miscuglio risultante.

1 DFP(1)

Base per il calcolo:

$$1,000 \text{ g msg (NaCl + KCl)} + 10,00 \text{ g NaCl} = 11,00 \text{ g msg (NaCl + KCl)}$$

$$1 \text{ mol Cl} \equiv 35,45 \text{ g Cl};$$

$$1 \text{ mol NaCl} \equiv 58,44 \text{ g NaCl};$$

$$1 \text{ mol KCl} \equiv 74,55 \text{ g KCl}$$

$$1,000 \text{ g msg (30\% NaCl + KCl)} = 0,300 \text{ g NaCl} + 0,700 \text{ g KCl}$$

Relazioni stechiometriche:

$$1 \text{ mol NaCl} \equiv 1 \text{ mol Cl};$$

$$1 \text{ mol KCl} \equiv 1 \text{ mol Cl}$$

$$r_s = 1 \text{ mol Cl} / 1 \text{ mol NaCl} =$$

$$= 1 \text{ mol Cl} / 1 \text{ mol KCl}$$

2 SIA(2)

Percentuale di cloro nel miscuglio iniziale:

$$(0,300 \text{ g NaCl}) \cdot (1 \text{ mol NaCl} / 58,44 \text{ g NaCl}) = 5,133 \cdot 10^{-3} \text{ mol Cl (in NaCl)}$$

$$(0,700 \text{ g KCl}) \cdot (1 \text{ mol KCl} / 74,55 \text{ g KCl}) = 9,390 \cdot 10^{-3} \text{ mol Cl (in KCl)}$$

$$n(\text{Cl}) = 5,133 \cdot 10^{-3} \text{ mol Cl} +$$

$$+ 9,390 \cdot 10^{-3} \text{ mol Cl} = 1,452 \cdot 10^{-2} \text{ mol Cl}$$

$$\text{Massa Cl} = (1,452 \cdot 10^{-2} \text{ mol Cl}) \cdot (35,45 \text{ g Cl/mol Cl}) = 5,148 \cdot 10^{-1} \text{ g Cl}$$

Il miscuglio iniziale contiene il 51,48% di cloro.

Dopo l'aggiunta di 10,00 g NaCl, il problema può essere ridefinito: calcolare la percentuale di cloro in un miscuglio contenente 0,700 g di KCl e 10,30 g di NaCl.

3 CVI(3)

$$0,700 \text{ g KCl} \equiv 9,390 \cdot 10^{-3} \text{ mol Cl}$$

$$10,30 \text{ g NaCl} \equiv 1,762 \cdot 10^{-1} \text{ mol Cl}$$

$$n(\text{Cl}) = 9,390 \cdot 10^{-3} \text{ mol Cl} +$$

$$+ 1,762 \cdot 10^{-1} \text{ mol Cl} =$$

$$= 1,856 \cdot 10^{-1} \text{ mol Cl (in 11,00 g msg)}$$

$$\text{Massa Cl} = (1,856 \cdot 10^{-1} \text{ mol Cl}) \cdot (35,45 \text{ g Cl/mol Cl}) = 6,580 \text{ g Cl}$$

Percentuale di cloro:

$$11,00 \text{ g msg} : 6,580 \text{ g Cl} =$$

$$= 100,0 \text{ g msg} : x \text{ g Cl}$$

$$x = 59,82\% \text{ Cl}$$

VERIFICA

Si può verificare la correttezza del risultato calcolando le percentuali di sodio e di potassio nel miscuglio; sommando le percentuali si ha: 59,82% Cl + 36,83% Na + 3,337% K = 99,99

A questo punto, oltre ad aver risolto il problema indiretto ed avere così una traccia per risolvere il problema iniziale, sono stati ottenuti altri risultati: l'informazione contenuta nel testo del problema ("NaCl contiene in proporzione più cloro di KCl", che per noi esperti è evidente) è corretta e per arrivare al 60,00% di cloro è necessario aggiungere una massa di NaCl maggiore di 10,00 g.

Per risolvere il problema iniziale, si parte dall'ultimo passaggio. A 1,000 g msg è stata aggiunta una certa quantità di NaCl in modo da ottenere un miscuglio risultante che contiene il 60,00% di cloro. Indichiamo con A i grammi di NaCl contenuti nel miscuglio. Il miscuglio risulta così formato: 0,700 g KCl + A g NaCl = (0,700 + A) g msg.

La proporzione dell'ultimo passaggio viene adattata al nuovo problema:

$$(0,700 + A) \text{ g msg} : x \text{ g Cl} =$$

$$= 100,0 \text{ g msg} : 60,00 \text{ g Cl}$$

Abbiamo bisogno di sapere quanti grammi (x) di cloro sono contenuti in (0,700 + A) g msg.

In 0,700 g KCl:

$$0,700 \text{ g KCl} \equiv 3,329 \cdot 10^{-1} \text{ g Cl}$$

In A g NaCl (indichiamo con a i grammi di cloro che corrispondono ad A g NaCl):

$$(A \text{ g NaCl}) \cdot (1 \text{ mol NaCl} / 58,44 \text{ g NaCl}) \cdot (35,45 \text{ g Cl/mol Cl}) = a \text{ g Cl} \quad (1)$$

Ora la proporzione diventa:

$$(0,700 + A) \text{ g msg} : (3,329 \cdot 10^{-1} + a) \text{ g Cl} = 100,0 \text{ g msg} : 60,00 \text{ g Cl}$$

Ricaviamo a:

$$a = (0,700 + A) \cdot 0,600 - 3,329 \cdot 10^{-1} \quad (2)$$

Si eguagliano le equazioni 1 e 2:

$$(35,45/58,44 - 0,6000) \cdot A =$$

$$= 0,4200 - 0,3329$$

$$A = 13,19 \text{ g NaCl}$$

Il miscuglio risultante contiene 0,700 g KCl e 13,19 g NaCl = 13,89 g msg

$$a = 8,001 \text{ g Cl (in NaCl)}$$

$$\text{Massa Cl} = 3,329 \cdot 10^{-1} \text{ g Cl} +$$

$$+ 8,001 \text{ g Cl} = 8,334 \text{ g Cl}$$

VERIFICA

$$13,89 \text{ g msg} : 8,334 \text{ g Cl} =$$

$$= 100,0 \text{ g msg} : w \text{ g Cl}$$

$$w = 60,00\% \text{ Cl}$$

Risposta: i grammi di NaCl da aggiungere sono:

$$13,19 \text{ g NaCl} - 0,300 \text{ g NaCl} =$$

$$= 12,89 \text{ g NaCl.}$$

Ma questo problema si può risolvere in altri modi. Il miscuglio alla fine deve contenere il 60,00% di cloro. Ciò implica che il 40,00% è sodio + potassio.

1 DFP(1)

Base per il calcolo: 100,0 g msg; 60,00 g Cl (da NaCl e KCl), 40,00 g Na + K

In 40,00 g Na + K, quanto è il potassio? In 60,00 g Cl, quanto è il cloro che proviene da KCl?

2 SIA(2)

Indicando con N i grammi di sodio, calcoliamo il potassio nel miscuglio:

$$(40,00 \text{ g} - N \text{ g Na}) / (39,10 \text{ g K/mol K}) =$$

$$= n(\text{K}) = n(\text{Cl in KCl})$$

$$[(40,00 - N) / 39,10] \cdot (35,45 \text{ g Cl/mol Cl}) =$$

$$= \text{massa di Cl (in KCl)}$$

Cloro (da NaCl) nel miscuglio:

$$(N \text{ g Na}) / (22,99 \text{ g Na/mol Na}) =$$

$$= n(\text{Na}) = n(\text{Cl da NaCl})$$

$$(N / 22,99) \cdot (35,45 \text{ g Cl/mol Cl}) =$$

$$= \text{massa di Cl (in NaCl)}$$

$$60,00 \text{ g Cl} - (N / 22,99) \cdot (35,45 \text{ g Cl/mol Cl}) =$$

$$= \text{massa di Cl (in KCl)}$$

3 CVI(3)

Possiamo scrivere:

$$[(40,00 - N) / 39,10] \cdot 35,45 =$$

$$= 60,00 - 35,45 \cdot N / 22,99$$

$$N = 37,357 \text{ g Na in } 100,0 \text{ g msg}$$

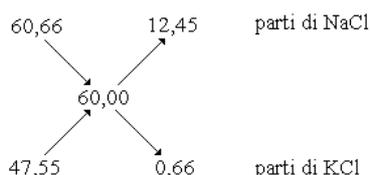
$$37,357 \text{ g Na} \equiv 57,604 \text{ g Cl (da NaCl)}$$

NaCl in 100,0 g msg:
 $37,357 \text{ g Na} + 57,604 \text{ g Cl} =$
 $= 94,961 \text{ g NaCl}$
 $100,0 \text{ g msg} - 94,961 \text{ g NaCl} =$
 $= 5,039 \text{ g KCl (in } 100,0 \text{ g msg)}$
 In che quantità di miscuglio è contenuto 0,700 g KCl?
 $100,0 \text{ g msg} : 5,039 \text{ g KCl} =$
 $= t \text{ g msg} : 0,700 \text{ g KCl}$
 $t = 13,89 \text{ g msg}$

Una terza maniera per risolvere il problema fa uso della regola della croce [5]. Si calcola la composizione dei due sali:

	%Na	%Cl	%K
NaCl	39,34	60,66	0
KCl	0	47,55	52,45

Si costruisce la croce:



Per ottenere un miscuglio di NaCl e KCl che contiene il 60,00% di cloro, è necessario mescolare 12,45 g di NaCl con 0,66 g di KCl e si ottengono 13,11 g di miscuglio. Il dato di partenza è 0,700 g di KCl; con quanto NaCl deve essere mescolato per ottenere un miscuglio al 60,00%?

$$12,45 \text{ g NaCl} : 0,66 \text{ g KCl} =$$

$$= x \text{ g NaCl} : 0,700 \text{ g KCl}$$

$$x = 13,20 \text{ g NaCl}$$

Si ottengono 13,20 g NaCl + 0,700 g KCl = 13,90 g msg che contengono il 60,00% di cloro.

E' possibile risolvere il problema applicando la teoria della dinamica dei sistemi; l'equazione per un sistema con circuito di feedback negativo di primo grado è la seguente [3]:

$$OR = (DI - I)/AT$$

In cui, DI è la variabile che funge da controllo (60,00%), I è il valore effettivo della percentuale di cloro nel miscuglio, AT è il fattore di adeguamento,

posto in questo calcolo uguale a 0,8 e OR è il tasso di incremento e nel nostro caso sono i grammi di NaCl da aggiungere. Un programma esegue i calcoli iterando il procedimento fino ad ottenere il risultato con la precisione desiderata. Nella tabella seguente sono riportati valori ottenuti in alcune delle iterazioni:

iterazioni	grammi msg	% Cl	grammi NaCl
0	1,000	51,49	0,300
1	11,638	59,872	10,938
15	13,028	59,957	12,328
52	13,801	59,996	13,101
140	13,884	60,000	13,184

Riporto due soluzioni proposte dallo stesso gruppo di studenti; la prima è simile a quella del metodo Hansel e Gretel. Come base per il calcolo scelgono 1,000 g msg e calcolano i grammi di cloro in NaCl e KCl:
 $58,44 \text{ g NaCl} : 35,45 \text{ g Cl} =$
 $= 0,3000 \text{ g NaCl} : x \text{ g Cl}$
 $x = 0,1820 \text{ g Cl}$
 $74,55 \text{ g KCl} : 35,45 \text{ g Cl} =$
 $= 0,7000 \text{ g KCl} : y \text{ g Cl}$
 $y = 0,3329 \text{ g Cl}$
 $0,1820 \text{ g Cl} + 0,3329 \text{ g Cl} = 0,5149 \text{ g Cl}$
 (in 1,000 g msg)

Indicano con x i grammi di NaCl da aggiungere a 1,000 g msg. Si ha:

$$\text{massa msg (finale)} =$$

$$= 1,000 \text{ g msg} + x \text{ g NaCl}$$

Calcolano i grammi di cloro in 1,000 g di NaCl:
 $58,44 \text{ g NaCl} : 35,45 \text{ g Cl} =$
 $= 1,000 \text{ g NaCl} : z \text{ g Cl}$
 $z = 0,6066 \text{ g Cl}$
 $\text{massa Cl} = 0,6066 \cdot x \text{ g Cl (in } x \text{ g NaCl)}$

Allora:
 $0,5149 + 0,6066 \cdot x = 0,600 \cdot (1,000 + x)$
 $x = 12,89 \text{ g NaCl da aggiungere}$

Nella seconda soluzione indicano con x i grammi di cloro contenuti nel cloruro di sodio necessario a soddisfare le richieste del problema e calcolano i grammi di sodio che corrispondono ai x grammi di cloro:
 $\text{massa Na} = 0,6485 \cdot x$
 Impongono la condizione:

$$0,5149 + x = 0,600 \cdot (1,000 + 0,6485x + x)$$

$$x = 7,807 \text{ g Cl}$$

$$\text{massa NaCl} = x \cdot (1 + 0,6485) = 12,87 \text{ g}$$
 di NaCl da aggiungere

La maggioranza delle soluzioni proposte, seppur all'apparenza diverse, utilizzano il ragionamento algebrico

riportato: una è completamente differente. Lo studente si chiede quale percentuale di ciascuno dei due sali contiene un miscuglio formato da 1,000 mol NaCl e 1,000 mol KCl e trova che contiene 56,06 g di KCl e 43,94 g di NaCl. Calcola invero in modo strano, il rapporto in moli per avere il 30,00% di NaCl e il 70,00% di KCl:
 $\alpha \cdot 43,94 = 30,00; \alpha = 0,6827 \text{ mol NaCl}$
 $\beta \cdot 56,06 = 70,00; \beta = 1,249 \text{ mol KCl}$
 $\beta/\alpha = 1,830 \text{ mol KCl/mol NaCl}$
 In questo modo ha ottenuto l'informazione che in un miscuglio al 30,00% di NaCl e 70,00% di KCl il rapporto in moli è 1,830 mol KCl ogni mol NaCl. Poi lo studente risolve un secondo problema così formulato: qual è la percentuale di cloro contenuto in un miscuglio con un rapporto molare di 1,830 mol KCl ogni mol NaCl?

$$1,830 \text{ mol KCl} \equiv 136,4 \text{ g KCl} \equiv 64,87 \text{ g Cl}$$

$$1,000 \text{ mol NaCl} \equiv 58,44 \text{ g NaCl} \equiv 35,45 \text{ g Cl}$$

$$64,87 \text{ g Cl} + 35,45 \text{ g Cl} = 100,3 \text{ g Cl}$$

E trova che la percentuale di cloro è 51,49%. Infine risolve un terzo problema: per arrivare ad un miscuglio che contiene il 60,00% di cloro, è necessario aumentare NaCl o KCl? Moltiplica la massa di KCl nel miscuglio per un coefficiente α in modo che il miscuglio ottenuto contenga il 60,00% di cloro:

$$(136,4 \cdot \alpha \text{ g KCl} + 58,44 \text{ g NaCl}) :$$

$$: 100,0 \text{ g msg} =$$

$$= (64,87 \cdot \alpha + 35,45) \text{ g Cl} : 60,00 \text{ g Cl}$$

$$\alpha = 2,275 \cdot 10^{-2}$$

Per avere un miscuglio che contiene il 60,00% di cloro è necessario avere il seguente rapporto in moli: 1,000 mol NaCl ogni $1,830 \cdot 2,275 \cdot 10^{-2} = 4,163 \cdot 10^{-2}$ mol KCl.

VERIFICA

1,000 mol NaCl \equiv 58,44 g NaCl
 $4,163 \cdot 10^{-2}$ mol KCl \equiv 3,104 g KCl

Verifica che il miscuglio soddisfa le richieste del problema e calcola la massa di NaCl da aggiungere:

58,44 g NaCl : 3,104 g KCl =
 $= y$ g NaCl : 0,700 g KCl
 $y = 13,18$ g NaCl (nel msg con 0,700 g KCl)

13,18 g NaCl - 0,300 g NaCl = 12,88 g NaCl da aggiungere

Un ragionamento analogo si può impostare pensando di aumentare NaCl⁽⁶⁾. Lo studente avrebbe trovato questa strada per risolvere il problema se non avesse fatto all'inizio un ragionamento che a noi esperti appare inusuale? Per gli studenti la soluzione di un problema alle volte può essere un processo tortuoso; attraverso tentativi vari seguono una intuizione che non è sempre quella felice⁽⁷⁾.

Per questo problema dagli studenti ho avuto 22 soluzioni; una sbagliata è stata fornita da un gruppo di 4. Calcolano la quantità di cloro sul miscuglio iniziale e si chiedono quanto NaCl è necessario aggiungere a questo miscuglio per ottenere quanto richiesto dal problema:

0,6000 g Cl - 0,5149 g Cl =
 $= 8,510 \cdot 10^{-2}$ g Cl
 $8,510 \cdot 10^{-2}$ g Cl \equiv $2,401 \cdot 10^{-3}$ mol Cl \equiv
 $\equiv 2,401 \cdot 10^{-3}$ mol NaCl
 $2,401 \cdot 10^{-3}$ mol NaCl \equiv 0,1403 g NaCl da aggiungere a 1,000 g di msg

L'errore è dovuto al fatto che non tengono conto dell'aumento di massa del miscuglio ottenuto.

Metodi numerici

Anche se il procedimento seguito poco sopra appare poco produttivo per impostare la soluzione, non necessariamente conduce ad un punto morto e uno studente ha percorso questa via fino in fondo. Ha calcolato la quantità di NaCl come il gruppo precedente: 0,1403 g NaCl da aggiungere. Il miscuglio ottenuto contiene 0,6000 g Cl, ma la massa è: 1,000 g msg + 0,1403 g NaCl = 1,140 g msg, che di cloro ne contiene in percen-

tuale:

1,140 g msg : 0,6000 g Cl =
 $= 100,0$ g msg : y g Cl
 $y = 52,63\%$ Cl

E' necessario ripetere il tentativo:

0,6000 g Cl - 0,5263 g Cl =
 $= 7,370 \cdot 10^{-2}$ g Cl

58,44 g NaCl : 35,45 g Cl =
 $= x$ g NaCl : $7,370 \cdot 10^{-2}$ g Cl

$x = 0,1215$ g NaCl da aggiungere

Si ottiene un miscuglio di 1,262 g che contiene 0,6737 g Cl.

1,262 g msg : 0,6737 g Cl =
 $= 100,0$ g msg : y g Cl

$y = 53,38\%$ Cl

La convergenza è lenta ed è necessario un grande numero di iterazioni. Lo studente è arrivato a determinare la quantità di NaCl da aggiungere: 11,96 g. Fare una lunga serie di calcoli numerici senza avere esperienza e conoscenza del processo che si esegue significa muoversi sotto la spinta di una intuizione, sperimentare e scoprire personalmente come il metodo funziona e se il metodo funziona. Lo studente che ha eseguito questi calcoli incontra normalmente difficoltà a risolvere i problemi; proviene dall'istituto tecnico per geometri e come voto di diploma ha 70/100. Per fare quanto ha fatto era necessaria una forte motivazione: il calcolo ha richiesto diverse ore, e non c'era premio alcuno che invogliasse ad arrivare alla soluzione. Si potrebbe etichettare il lavoro fatto dallo studente come "costruttivismo"⁽⁸⁾? Certamente lo studente ha utilizzato uno strumento a lui sconosciuto comprendendo il modo di utilizzarlo. Con un programma di calcolo si ottiene il risultato numericamente corretto, ma sono necessarie migliaia di iterazioni. Un programma di calcolo numerico molto più efficiente è il seguente:

```

GRmsg# = 1#
GRNaCl# = .3#
I% = 0
DELTA# = 10#
CLS
100 I% = I% + 1
    GRmsg# = GRmsg# + DELTA#
    GRNaCl# = GRNaCl# + DELTA#
    GRCl# = (GRNaCl# / 58.44) * 35.45 + .3329
    FRCI# = GRCl# / GRmsg#
    IF FRCI# > .6# THEN
        GRmsg# = GRmsg# - DELTA#
        GRNaCl# = GRNaCl# - DELTA#
        DELTA# = DELTA# / 2
    END IF
    IF DELTA# < .000000001# THEN 500
    GOTO 100
500 PRINT " Numero di iterazioni = "; I%
    PRINT " Grammi NaCl aggiunti = "; GRNaCl#
    PRINT " Grammi msg = "; GRmsg#
    PRINT " Frazione Cl = "; FRCI#
END

```

Dopo 55 iterazioni il calcolo converge al valore 13,887 g msg e sono stati aggiunti 12,887 g NaCl.

Ho proposto questo problema verso la fine del corso, mentre gli studenti lavoravano alla risoluzione dei problemi sugli equilibri ionici. Questo problema è strutturalmente analogo al problema: Si hanno 800 mL di HCl 0,100 M. Calcolare i millilitri di NaOH 0,100 M da aggiungere per avere pH = 10,000. Ho ricevuto soltanto 7 soluzioni per quest'ultimo problema; questo indica che esso è stato percepito essere più difficile dagli studenti.

Estesi studi fatti circa la possibilità di utilizzare soluzioni già note in nuove situazioni indicano che gli studenti hanno difficoltà a riconoscere l'esistenza di analogie, soprattutto se sono assenti analogie superficiali tra i due problemi [6]. E' pur vero che gli studenti hanno fatto tutto da soli, ma l'apprendimento per essere significativo deve essere "trasferibile".

Ringraziamenti

Ringrazio gli studenti del corso di ingegneria Ambiente e Territorio (a. a. 1999-2000) per il loro entusiasmo nella risoluzione dei problemi e per le centinaia di soluzioni che mi hanno donato.

Note

(1)DFP significa definizione formale del problema; (2)SIA sta per selezione di informazioni appropriate; (3)CVI sta per combinazione delle varie informazioni.

(4) Per verifica si intende la prova numerica della bontà del risultato. I metodi generali di verifica si basano: i) sui bilanci di massa e di carica; ii) sull'impiego di relazioni indipendenti e su soluzioni alternative; iii) sul con-

trollo di quantità invarianti. E' sempre utile rispondere alle seguenti domande: 1) il risultato ottenuto ha significato? 2) Il segno e l'ordine di grandezza del risultato hanno senso? 3) Le unità di misura del risultato sono corrette? L. Cardellini, Improve your skills in problem solving: Verify your result, in C. L. Fogliani, (Ed.), *Australian Chemistry Resource Book*, 1997, 16, 115-123; L. Cardellini, *Problemi chimici*, 2a ed., Libreria Scientifica Ragni: Ancona, 1999.

(5) "A conflict exists whenever incompatible activities occur.", M. Deutsch, Conflicts: Productive and Destructive, *J. Social Issues*, 1969, **XXV**, p. 7. Un conflitto cognitivo sorge quando due idee incompatibili vengono nella mente accettate simultaneamente, oppure quando nuove informazioni non sono in accordo con quanto già si conosce. D. W. Johnson, R. T. Johnson, Conflict in the Classroom: Controversy And Learning, *Rev. Educ. Res.*, 1979, **49**, p. 53.

(6) Il procedimento seguito dallo studente non illustra forse ciò che Lakatos chiama lo slittamento (meglio: spostamento) progressivo del problema (problemshift)? I. Lakatos, La falsificazione e la metodologia dei programmi di ricerca scientifici, in I. Lakatos, A. Musgrave, (Eds), *Critica e crescita della conoscenza*, Feltrinelli: Milano 1993, p. 194.

(7) "Textbook solutions to problems and solutions presented by teachers in class are almost always efficient, well-organized paths to correct

answers. They represent algorithms developed after repeated solutions of similar problems.", J. D. Herron, What Can We Do About Sue: A Case Study of Competence, *J. Chem. Educ.*, 1986, **63**, 530. "The examples [riportati nei libri di testo] provide no indication of the false starts, dead ends, and illogical attempts that characterize problem solving in its early stages, nor do they reveal the substantial time and effort expended to construct a useful representation of a problem before the systematic solution shown in examples is possible.", J. D. Herron, Research in Chemical Education: Results and Directions, in M. Gardner, J. G. Greeno, F. Reif, A. H. Schoenfeld, A. Disessa, E. Stage, (Eds), *Toward a scientific practice of science education*, Erlbaum: Hillsdale, N. J., 1990, p. 35.

(8) "... one of the most important features of radical constructivism is the sharp distinction between teaching and training. The first aims at generating *understanding*, the second at *competent performance*.", E. von Glasersfeld, Introduction, in E. von Glasersfeld, *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Kluwer: Dordrecht, 1991, p. xvi.

Bibliografia

[1] L. Cardellini, R. M. Felder, L'apprendimento cooperativo. Un metodo per migliorare la preparazione e l'acquisizione di abilità cognitive negli studenti, *La Chimica nella Scuo-*

la, 1999, **XXI**, 18-25.

[2] L. Cardellini, Il metodo ASV per risolvere i problemi chimici, *La Chimica nella Scuola*, 1984, **VI**, 4-6.

[3] J. W. Forrester, *Principi dei sistemi*, Etas compass: Milano 1974, cap. 2.

[4] L. Cardellini, Il metodo Hansel e Gretel, *La Chimica nella Scuola*, 1996, **XVIII**, 58-59.

[5] Calcoli stechiometrici, *La Chimica nella Scuola*, 2000, **XXII**, 18-19.

[6] S. K. Reed, G. W. Ernst, R. Banerji, The Role of Analogy in Transfer Between Similar Problem States, *Cognit. Psychol.*, 1974, **6**, 436-450; M. L. Gick, K. J. Holyoak, Analogical problem solving, *Cognit. Psychol.*, 1980, **12**, 306-355; D. Gentner, D. R. Gentner, Flowing Waters or Teeming Crowds: Mental Models of Electricity, in D. Gentner, A. L. Stevens, *Mental models*, Erlbaum: Hillsdale, N. J., 1983, p. 99-107; S. K. Reed, A. Dempster, M. Ettinger, The usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems, *J. Exp. Psychol. Learn. Mem. Cognit.*, 1985, **11**, 106-125; H. Kaney, *Problem Solving: a Cognitive Approach*, Open University Press: Milton Keynes, 1986, Part II; M. L. Gick, K. J. Holyoak, Analogical problem solving, in A. M. Aitkenhead, J. M. Slack, (Eds), *Issues in cognitive modelling*, Erlbaum: Hillsdale, NJ, 1987, p. 279; B. H. Ross, Distinguishing Types of Superficial Similarities: Different Effects on the Access and Use of Earlier Problems, *J. Exp. Psychol. Learn. Mem. Cognit.*, 1989, **15**, 456-468.



Dalla Redazione

di

CnS

Da questo numero *CnS-La Chimica nella Scuola* cambia la sua veste tipografica introducendo la stampa a colori, novità da più parti sollecitata. Questa realizzazione, e il corrispondente impegno economico, dimostrano l'attenzione della S.C.I. ad offrire un prodotto editoriale al passo con i tempi.

Il direttore e la redazione di CnS, unitamente ai Soci e al direttivo della Divisione di Didattica, desiderano ringraziare il Presidente della S.C.I. **Prof. Domenico Spinelli** per la sua sensibilità, per altro già dimostrata in varie occasioni, verso i problemi della didattica e della immagine della chimica mediante la divulgazione tramite le testate delle riviste della S.C.I..